Napište následující diferenciální rovnici druhého řádu jako soustavu lineárních rovnic a tuto soustavu vyřešte. Porovnejte řešení soustavy s řešením původní rovnice druhého řádu.

$$2y^{''} - 5y^{'} + y = 0$$

$y(3) = 6$

$y^{'}(3) = -1$

Řešení:

$$2\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.1}}{2.1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$\lambda_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$

$\lambda_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$

$\varphi_1 = e^{\frac{5+\sqrt{17}}{2}x}$

$\varphi_2 = e^{\frac{5-\sqrt{17}}{2}x}$

$y_o = c_1.\varphi_1 + c_2.\varphi_2 = c_1.e^{\frac{5+\sqrt{17}}{2}x} + c_2.e^{\frac{5-\sqrt{17}}{2}x}$

$y(3) = c_1 + c_2 = 6$

$y^{'}(3) = \frac{5+\sqrt{17}}{2}.c_1 + \frac{5-\sqrt{17}}{2}.c_2 = -1$

$c_1 = 6 - c_2 = 6 - \frac{16 + 3.\sqrt{17}}{5}$

$c_2 = \frac{16 + 3.\sqrt{17}}{5}$