

### 3. ROVNICE IRACIONÁLNÍ, EXPONENCIÁLNÍ A LOGARITMICKÉ

VÝPOČETNÍ METODY V BIOLOGII (DOPORUČENÉ ÚLOHY KE CVIČENÍ)

#### IRACIONÁLNÍ ROVNICE

Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnice

$$\begin{array}{ll} 1) & 1 - \sqrt{1 + 5x} = x \\ 2) & \sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} = 2 \\ 3) & \sqrt{2x - 1} + \sqrt{4x - 3} = \sqrt{2x + 23} + \sqrt{4x - 27} \\ 4) & \sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4 \\ 5) & \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2 \\ 6) & \frac{x - \sqrt{x + 1}}{x + \sqrt{x + 1}} = \frac{5}{11} \end{array}$$

#### EXPONENCIÁLNÍ ROVNICE

Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnice

$$\begin{array}{ll} 7) & 3^{5x-8} = 9^{x-3} \\ 8) & 2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5 \\ 9) & \left(1 - \frac{5}{9}\right)^{\frac{2}{3-2x}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{x-5}} \\ 10) & 3^x + 3^{x+2} = \frac{10}{3} \\ 11) & 4,5 \cdot 3^{5x-1} + 3^{5x+2} - \frac{5}{2} = 3^{5x+1} \\ 12) & 7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3} \end{array}$$

#### LOGARITMY, LOGARITMICKÉ ROVNICE

Vypočítejte.

$$\begin{array}{llll} 13) & \log 100 & 14) & \log 0,01 \\ 15) & \log_5 125 & 16) & \log_{64} 2 \\ 17) & \log_3 1 & 18) & \log_{0,125} 2 \\ 19) & \log_{1,5} 3 - \log_{1,5} 2 & 20) & \log_8 27 + \log_{\frac{1}{2}} 0,75 \end{array}$$

Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnice

$$\begin{array}{ll} 21) & \log(x + 3) + \log(x - 3) = \log(x + 9) \\ 22) & \log_2 x - \log_2 \sqrt{x} + \log_2 \frac{1}{x} = -1 \\ 23) & \log \sqrt{3x - 5} + \log \sqrt{7x - 3} = 1 + \log \sqrt{0,11} \\ 24) & \frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4 \\ 25) & \log(\log x) + \log(\log x^2 - 1) = 1 \\ 26) & \log_6 \sqrt{x - 2} + \frac{1}{2} \log_6(x - 11) = 1 \end{array}$$

#### PRAKTICKÉ ÚLOHY

**Poločas rozpadu.** Rozpad radioaktivní látky se řídí rovnicí

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T},$$

kde  $N_0$  je počáteční množství látky,  $T$  je poločas rozpadu, tj. doba, za niž se počáteční množství látky zmenší na polovinu, proměnná  $t$  je čas.

27) Poločas rozpadu izotopu thoria je  $T = 0,9$  s. Za jak dlouho klesne jeho množství 3 mg na 1 mg?

28) Izotop síry má poločas rozpadu 85,5 dne. O kolik gramů se sníží množství 10 g tohoto izotopu po 3 týdnech.

**Složené úrokování.** Je-li  $a_0$  počáteční vklad,  $q$  roční úroková míra (v procentech) a  $n$  počet let, pak výši vkladu  $a(n)$  po  $n$  letech vypočítáme pomocí rovnice

$$a(n) = a_0 \left(1 + \frac{q}{100}\right)^n.$$

29) V bance máme uloženou jistou částku peněz na 5% úrok. Kolik let potřebujeme na ztrojnásobení této částky.

30) Hodláme půjčit jistou částku peněz. Jak velký úrok si máme účtovat, chceme-li za 15 let získat zpět dvojnásobek této částky?

### Výsledky.

- |                                  |                      |                     |                                    |
|----------------------------------|----------------------|---------------------|------------------------------------|
| 1) 0                             | 2) $-1; 3$           | 3) 13               | 4) $-1$                            |
| 5) $x \in \langle -1, 1 \rangle$ | 6) 8                 | 7) $\frac{2}{3}$    | 8) $\frac{3}{2}$                   |
| 9) $-\frac{1}{4}$                | 10) $-1$             | 11) $-\frac{2}{10}$ | 12) $-1$                           |
| 13) 2                            | 14) $-2$             | 15) 3               | 16) $\frac{1}{6}$                  |
| 17) 0                            | 18) $-\frac{1}{3}$   | 19) 1               | 20) 2                              |
| 21) $\frac{1+\sqrt{73}}{2}$      | 22) 4                | 23) 2               | 24) 10                             |
| 25) $\sqrt{10^5}$                | 26) 14               | 27) 1,43 s          | 28) $N_0 - N(21) = 1,53 \text{ g}$ |
| 29) přibližně 22,5 roku          | 30) přibližně 4,73 % |                     |                                    |